Індивідуальне завдання №10

**Інтерполяційний поліном Ньютона**

Вузли називаються рівностоящими, якщо xi+1 – xi = ∆xi = h = const ( i = 0, )

Кінцевими різницями функції y = f(x) називаються різниці виду:

∆yi = yi+1 – yi – кінцеві різниці І – порядку (1)

∆2 yi = yi+1 – ∆yi - кінцеві різниці ІІ - порядку

…

∆k yi = ∆k-1yi+1 –∆k-1yi – кінцева різниця k-того порядку (табл.1).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | ∆y | ∆2y | ∆3y | ∆4y |
| х0 | у0 | ∆у0 | ∆2y0 | ∆3y0 | ∆4y0 |
| х1 | у1 |
| ∆у1 |
| х2 | у2 | ∆2y1 |
| ∆у2 | ∆3y1 |
| х3 | у3 | ∆2y2 |
| ∆у3 |
| х4 | у4 |

Таблиця 1

Перша інтерполяційна формула Ньютона має вигляд:

, (2)

де

Замітимо, що в формулі використовується верхній похилий рядок таблиці різниць ( ).

, (3)

де деяка внутрішня точка найменшого проміжку, що містить всі вузли xi (i = ) і точку x.

Число n бажано обрати так, щоб різниці ∆ny були практично постійними.

Формула (2) використовується для інтерполяції і екстраполяції в точці х0, близьких до початку таблиці.

Для заданої табличної функції побудувати інтерполяційний поліном Ньютона

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Хі | -2.5 | -0.5 | 1.5 | 3.5 | 5.5 |
| Yi | 2 | 1 | 4 | 23 | 70 |

Складемо таблицю різниць:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | ∆y | ∆2y | ∆3y | ∆4y |
| -2.5 | 2 | -1 | 4 | 12 | 0 |
| -0.5 | 1 |
| 3 |
| 1.5 | 4 | 16 |
| 19 | 12 |
| 3.5 | 23 | 28 |
| 47 |
| 5.5 | 70 |

Замітимо, що ∆3 – різниці однакові, тому достатньо взять n = 2

Pn(x) = y0 + q∆y0 + ∆2y0 + ∆3y0

h = 2

q = (x - -2.5)/2.0

P(x) = 2.0 + -1.0(x - 2.5)/2.0 +

4.0(x - 2.5)(x - 5.0)/4.0 +

12.0(x - 2.5)(x - 5.0)(x - 7.5)/8.0 +

0.0(x - 2.5)(x - 5.0)(x - 7.5)(x - 10.0)/16.0

**Протокол розв’язку в MathLab:**

disp("Інтерполяційний поліном Ньютона")

% точки даних

disp("Задано таблична функція ")

disp("Хі")

x=[-2.5 -0.5 1.5 3.5 5.5];

disp(x)

y=[2 1 4 23 70];

disp("Yі")

disp(y)

xx = linspace(x(1), x(end), 100);

yy = newton(x, y, xx);

disp("З допомогою засобів Matlab plot побудуємо графік через значення інтерполяційного полінома ")

plot(x,y,'o',xx,yy)

function yy = newton(x, y, xx)

% Обчислення інтерполяційного полінома в формі Ньютона

% x – масив з абсциссами точок, через які повинен проходити інтерполяційний поліном

% y – масив ординат точок, через які повинен проходити інтерполяційний поліном

% xx – масив значень незалежної змінної,

% Для яких треба обчислити інтерполяційний поліном

% yy – обчислені значення інтерполяційного полінома

% визначаємо число точок

N = length(x);

% обчислюємо розділені різниці

DIFF = y;

for k = 1 : N-1

for i = 1: N - k

DIFF(i) = (DIFF(i+1) - DIFF(i)) / (x(i+k) - x(i));

end

end

% обчислюємо значення інтерполяційного полінома в точках xx

% З використанням операції поелементного множення. \*

% Для отримання відразу всіх значень полінома yy

yy = DIFF(1) \* ones(size(xx));

for k = 2 : N

yy = DIFF(k) + (xx - x(k)) .\* yy;

end

**Виведення в консолі:**

Інтерполяційний поліном Лагранжа

Заданa таблична функція

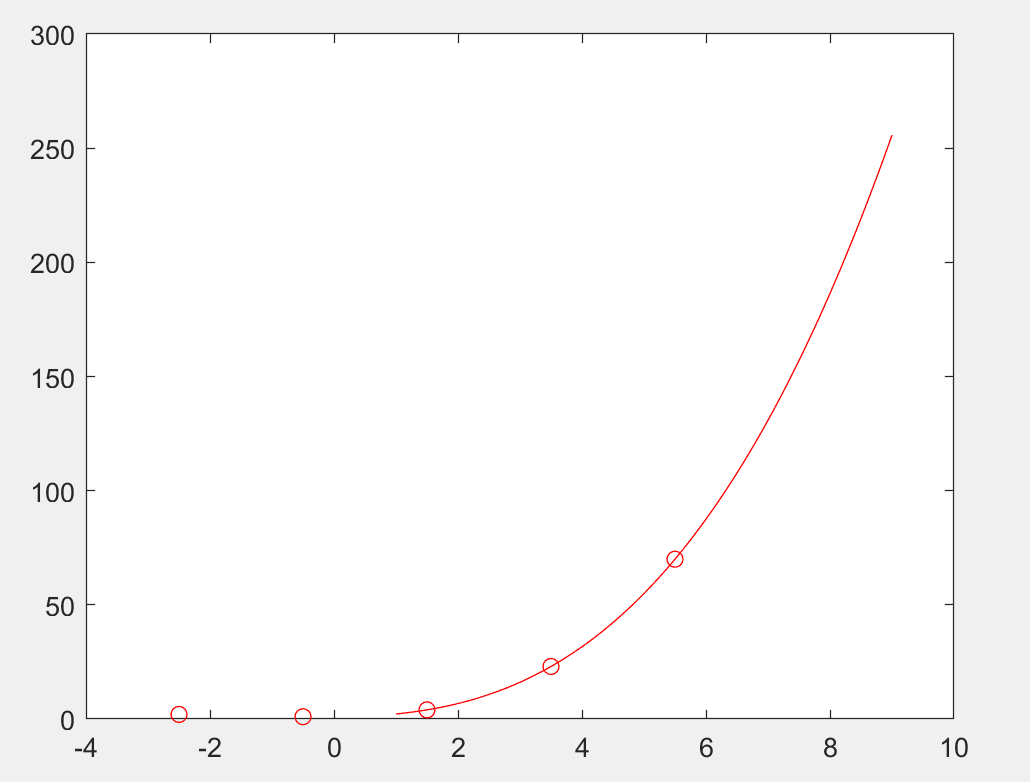
Хі

-2.5000 -0.5000 1.5000 3.5000 5.5000

Yі

2 1 4 23 70

З допомогою засобів Matlab plot побудуємо графік через значення інтерполяційного полінома:



**Висновок:**

Інтерполяційний поліном Лагранжа зручно застосовувати, коли ведеться багаторазове інтерполювання по одним і тим же вузлам. Для них можна зарання скласти коефіцієнти оскільки вони не залежать від функції. Однак, якщо побудований поліном деякої степені недостатньо добре апроксимує задану функцію і для покращення приближення буде потрібно повисити її степінь (збільшити число вузлів інтерполяції), тоді поліном Лагранжа прийдеться перечислювати, в цьому відношенні зручніш користуватися інтерполяційним поліномом Ньютона.

Література:

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. Пособие для вузов М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 432 с.

2. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету / Б.М. Ляшенко, О.М. Кривонос, Т.А. Вакалюк.- Житомир Вид-во ЖДУ ім. І. Франка 2014. – 224с. (Укр.мов.) ст. 59 - 60

3. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. (Укр. мов.) ст 94